# Progresso Tecnológico, Crescimento Econômico e as Diferenças Internacionais nas Taxas de Crescimento da Renda Per-Capita [*]

**Uma Crítica aos Modelos Neoclássicos de Crescimento**

**José Luís Oreiro**[**] [***]

**Resumo :** Este artigo procura demonstrar que os modelos neoclássicos de crescimento não são capazes de explicar satisfatoriamente a existência de divergências entre os países no que se refere **taxas** de crescimento do nível de renda per-capita, mas apenas a existência de diferenças internacionais nos **níveis** de renda per-capita. Isso se deve ao fato de que tais modelos são, em geral, incapazes de explicar porque existem diferenças entre os países no que tange à tecnologia de produção que é empregada em cada um dos mesmos. De fato, com a possível exceção do modelo de crescimento endógeno de Romer, os modelos neoclássicos assumem que todos os países do mundo adotam a mesma tecnologia de produção; o que impossibilita a existência de taxas diferenciadas de crescimento da renda per-capita.

**Abstract :** This article shows that neoclassical growth models cannot explain the existence of different growth rates of per-capita income between countries, but only the existence of different levels of per-capita income. The reason for this is that in these models all countries employ the same production function, the only execption beeing Romer´s model of endogenous growth. The utilization of the same production technology by all countries make impossible the existence of diffences in growth rates of per-capita income.

**Palavras Chave :** Progresso tecnológico, acumulação de capital e crescimento endógeno

**Key-words :** Technological Progress, Capital Accumulation and Endogenous Growth

**Junho de 1998**

## Introdução

---

[*] Versão simplificada do artigo "Progresso Tecnológico e as Diferenças Internacionais nas Taxas de Crescimento da Renda Per-Capita : uma comparação entre os modelos neoclássicos e evolucionistas de crescimento" do mesmo autor.

[**] Doutorando em Economia (IE-UFRJ) e Professor Assistente da Faculdade de Economia e Finanças do Instituto Brasileiro de Mercado de Capitais (IBMEC).

[***] O autor agradece aos comentários e sugestões do Prof. Dr. Mário Luiz Possas. Eventuais falhas são, no entanto, de minha inteira responsabilidade.

Desde o trabalho seminal de Solow (1957), os economistas do *mainstream* tem visto o **progresso tecnológico** como o motor fundamental do crescimento econômico de longo-prazo. De fato, nos modelos neoclássicos de crescimento do tipo Solow-Swan, o *crescimento* contínuo da renda per-capita só pode ser explicado pela contínua melhoria no "*estado das artes"*. A acumulação de capital físico é vista como sendo incapaz de produzir um aumento **permanente** da renda per-capita. Isso porque, devido a hipótese de rendimentos marginais decrescentes sobre o fator capital, à medida em que o estoque de capital per-capita aumenta; a renda per-capita deverá aumentar à taxas decrescentes, de forma que, após um certo ponto, novos acréscimos no estoque de capital per-capita não irão produzir novos acréscimos na renda per-capita. Sendo assim, apenas um "*deslocamento"*da função de produção, deslocamento esse produzido pelo progresso tecnológico, poderá produzir um aumento contínuo da renda per-capita.

Embora o modelo de crescimento Solow-Swan tenha identificado no progresso tecnológico a chave parta explicar o crescimento da renda per-capita no longo-prazo; nenhuma explicação é dada a respeito de que ou quais fatores fazem com que ocorra uma melhoria contínua na tecnologia de produção. De fato, no modelo em consideração a tecnologia é considerada como se fosse um **bem público**, fornecida pelo governo e pals universidades; estando, portanto, disponível a todos os agentes que desejem utilizá-la. Nesse contexto, se postula que a produtividade total dos fatores de produção cresce a uma taxa constante *g*, taxa essa que será igual a taxa de crescimento da renda per-capita em *steady-state*. Segue-se, portanto, que o crescimento da renda per-capita não é *explicado* pelo modelo em consideração, ele é tomado como um mero ***fato da vida***.

Esse tipo de abordagem para a questão do crescimento econômico tem como principal inconveniente o fato de que ela é incapaz de **explicar** as grandes diferenças observadas nos níveis de renda per-capita entre os diversos países do mundo (cf. Mankiw, 1985; Fagerberg, 1994). Se a tecnologia é um bem público, então ela deve estar igualmente disponível à todos os países do mundo. Nesse caso, todos os países deveriam possuir a mesma taxa de crescimento da renda per-capita; mas, então, como é possível explicar as grandes diferenças existentes nos níveis de renda per-capita ?

Os economistas do *mainstream* tem tentado dois tipos de solução para esse problema. A primeira consiste em afirmar que as diferenças observadas nos **níveis** de renda per-capita não são devidas à diferenças na **taxa** de crescimento da renda per-capita; mas sim a diferenças no estoque de capital per-capita. Essa linha de argumentação foi explorada por Mankiw, Romer e Weil (1992). Segundo esses autores, o modelo original de Solow seria incapaz de explicar as diferenças observadas nos níveis de renda per-capita por se basear numa concepção muito estreita de capital. Em particular, Solow teria considerado o estoque de capital apenas como sendo constituído de ***capital físico***. Nesse caso, para que as diferenças no estoque de capital per-capita entre os países fossem capazes de explicar as diferenças existentes nos níveis de renda per-capita seria necessário que a propensão a poupar fosse várias vezes maior nos países ricos do que nos países pobres, o que é claramente contra-factual. No entanto, se a definição de capital fosse extentida de forma a incluir também o estoque de capital humano, então as diferenças existentes nos níveis de renda per-capita poderiam ser perfeitamente explicadas pelas diferenças no estoque de capital per-capita.

A segunda consiste nos chamados modelos de crescimento endógeno. Nessa classe de modelos, o crescimento da renda per-capita deixa de ser um *dado*, e passa a ser explicado endógenamente. Em outras palavras, a taxa de crescimento da renda per-capita se torna uma variável que é determinada dentro do modelo, ao invés de ser um parâmetro como ocorria no modelo Solow-Swan. A grande vantagem desse procedimento é que ele permite a análise dos fatores que determinam a taxa de crescimento da renda per-capita. Nesse contexto, se for possível demonstrar que tais fatores diferem substancialmente entre os países do mundo; pode-se, a princípio, considerar que a taxa de crescimento da renda per-capita também é consideravelmente diferente entre os países.

Dadas essas considerações iniciais, pretendemos demonstrar ao longo do presente artigo que :

(a) As diferenças no nível de renda per-capita entre os diversos países do mundo se devem fundamentalmente à diferenças na taxa de crescimento da renda per-capita. Como ressaltam Dosi & Fabiani (1994), o *gap* de renda per-capita entre os países ricos e os países pobres tem aumentado de forma contínua e persistente ao longo dos últimos 300 anos; a partir de uma situação inicial na qual esse *gap* era praticamente inexistente. Tal fato é um claro indicador de que as taxas de crescimento da renda per-capita são substancialmente diferentes entre os vários países do mundo. No entanto, como demonstram Maddison (1991) e Fagerberg (1994), esse processo de divergência crescente entre os níveis de renda per-capita não é geral. No caso dos países europeus, o *gap* de renda per-capita com relação aos Estados Unidos foi crescente no período 1870-1950; mas decrescente no período 1950-1980. Segue-se, portanto, as teorias de crescimento devem não ser capazes de explicar porque as taxas de crescimento da renda per-capita são diferenciadas entre os países; como também devem ser capazes de explicar porque alguns países conseguem realizar o *catching-up* com relação aos países mais ricos; enquanto outros ficam cada vez mais para trás no que se refere ao nível de renda per-capita.

(b) O modelo de Solow reformulado por Mankiw, Romer e Weil pode explicar apenas as diferenças existentes nos **níveis** de renda per-capita entre os diversos países; mas não as diferenças historicamente observadas nas **taxas** de crescimento da mesma. Em outras palavras, esse modelo não consegue explicar porque o *gap* de renda per-capita vem se ampliando continuamente ao longo do tempo. Isso se deve ao fato de que o modelo em consideração mantém a hipótese de Solow de que a tecnologia é um bem público.

(c) A maior parte dos modelos de crescimento endógeno não são capazes de explicar as diferenças observadas nas taxas de crescimento da renda per-capita entre os diversos países do mundo. Em particular, os modelos de crescimento de Romer (1986), Rebello (1991) e Barro (1990) mostram que, em *steady-state*, a taxa de crescimento da renda per-capita é determinada pelas preferências inter-temporais dos consumidores e pela eficiência da tecnologia empregada pelas firmas de cada país. No entanto, dado que a tecnologia é retratada nesses modelos como um *bem público* (Cf. Romer, 1990); segue-se que todos os países deverão empregar necessariamente as mesmas tecnologias. Por outro lado, uma explicação das divergências internacionais no crescimento da renda per-capita com base nas preferências subjetivas dos agentes econômicos é claramente insatisfatória do ponto de vista metodológico; uma vez que é inteiramente baseada em variáveis não observáveis - quais sejam, a taxa subjetiva de desconto inter-temporal e a taxa de substituição inter-temporal do consumo - sendo incapaz, portanto, de ser submetida à um teste empírico.

(d) O modelo de crescimento de Romer (1990), na medida em que apresenta a tecnologia não como um bem público, mas como um bem que pode ser apropriado privadamente; abre a possibilidade para que países diferentes tenham acesso a diferentes tecnologias de produção e, portanto, apresentem diferenças nas suas taxas de crescimento da renda per-capita. De fato, a taxa de crescimento da renda per-capita no modelo de Romer depende fundamentalmente do estoque de capital humano existente na economia. Nesse caso, é possível demonstrar a existência de diferenças persistentes nas taxas de crescimento da renda per-capita entre os diversos países do mundo. Contudo, o modelo em consideração é incapaz de explicar porque alguns países convergem em seus níveis de renda per-capita, ou seja, fazem o *catching-up* , ao passo que alguns países divergem, ou seja, fazem o *falling-behind*.

Dados esses objetivos, o presente artigo está estruturado da seguinte forma :

A primeira seção está dedicada a apresentação de alguns fatos estilizados a respeito do padrão de comportamento dos diferenciais de renda per-capita entre os diversos países do mundo. Os dados obtidos a partir de Dosi & Fabiani (1994), Fagerberg (1994) e Madison (1991) revelam a existência de dois fatos estilizados a respeito dos referidos diferenciais. O primeiro fato é que ao se comparar a renda per-capita dos países desenvolvidos e dos países do terceiro mundo; constata-se a existência de um *gap* crescente de renda per-capita, a partir de uma posição inicial na qual o referido *gap* era praticamente inexistente. Tal fato demonstra que as **taxas de crescimento da renda per-capita** são substancialmente diferentes entre os países desenvolvidos e os países do terceiro mundo. O segundo fato é que ao se observar a evolução da produtividade do trabalho e da renda per-capita num grupo de 15 países do primeiro mundo; constata-se que, durante o período compreendido entre 1870 e 1950, houve uma divergência crescente entre a produtividade do trabalho dos Estados Unidos relativamente aos demais países desenvolvidos. No período compreendido entre 1950 e 1980, contudo, esse *gap* apresentou uma sensível redução; muito embora, a produtividade do trabalho nos Estados Unidos ainda seja substancialmente superior a média dos demais países desenvolvidos. À medida em que as diferenças existentes entre a produtividade do trabalho nos diversos países for uma boa *próxi* para as diferenças entre a renda per-capita; segue-se que o fato em consideração nos permite concluir que, para um certo grupo de países, ocorre um processo de convergência (*catching-up*) entre os níveis de renda per-capita, ao passo que, para outro grupo de países, ocorre um processo de divergência crescente (*falling behind*) entre os níveis em consideração.

A segunda seção está dedicada a apresentação do modelo de crescimento de Solow Procuraremos argumentar que as grandes diferenças observadas nos níveis de renda per-capita entre os diversos países do mundo dificilmente podem ser explicadas pelo modelo de Solow; dado que isso exigiria que o estoque de capital per-capita fosse dezenas de vezes maior nos países ricos do que nos países pobres, o que é claramente contra-factual.

A terceira seção irá apresentar a versão de Mankiw, Romer e Weil do modelo de crescimento de Solow. Essa nova versão do modelo de Solow permite explicar a existência de diferenças substanciais nos níveis de renda per-capita entre os países a partir de valores realistas para as diferenças observadas no estoque de capital per-capita e nas taxas de poupança. No entanto, os dados empíricos apresentados por Dosi & Fabiani (1994) contestam a tese de que a taxa de crescimento da renda per-capita possa ser considerada como sendo a mesma para todos os países. Mais especificamente, as séries de tempo de renda per-capita para os países desenvolvidos e para os países do terceiro mundo revelam que o *gap* de renda per-capita entre esses grupos de países tem aumentado continuamente ao longo do tempo a partir de uma posição inicial na qual ele era praticamente inexistente. Sendo assim, concluí-se que o modelo de crescimento de Solow é incapaz de explicar as diferenças existentes no padrão de comportamento da renda per-capita entre os diversos países do mundo.

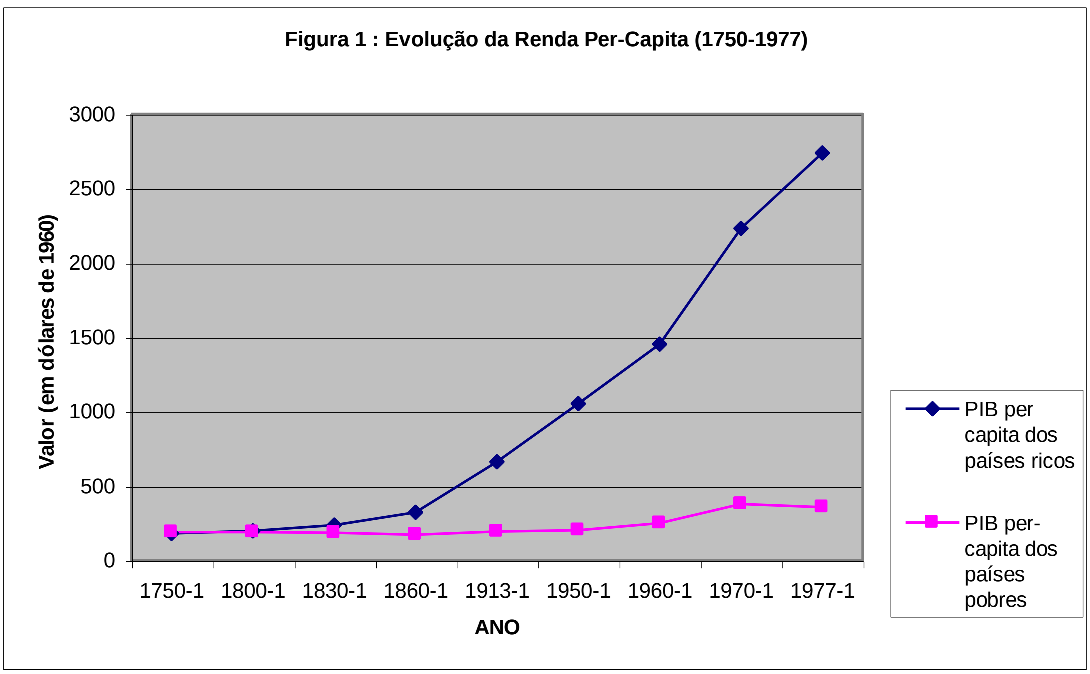
A quarta seção está dedicada a apresentação dos modelos de crescimento endógeno. De acordo com Romer (1991), os modelos de crescimento podem ser classificados com base na concepção empregada de tecnologia. Seguindo a taxonomia empregada por Romer, podemos classificar os modelos de crescimento endógeno em três grandes grupos, a saber : (i) os modelos de crescimento nos quais a tecnologia é tratada como um bem público - ex : Romer (1986), Lucas (1988), Rebello (1991) e Barro (1990); e (ii) os modelos de crescimento nos quais a tecnologia é tratada como um bem não-rival, mas excluível - ex : Romer (1990). Como será demonstrado então, os modelos pertencentes aos dois primeiros grupos não são capazes de explicar a existência de diferentes taxas de crescimento da renda per-capita entre os diversos países do mundo. O modelo de crescimento de Romer (1990), no entanto, é compatível com o padrão historicamente observado de evolução da renda per-capita. Tal fato demonstra que a forma pela qual o progresso técnico é tratado nos modelos de crescimento é de fundamental importância para explicar a existência das divergências internacionais no crescimento da renda per-capita. Contudo, o que o modelo de crescimento de Romer não é capaz de explicar é o fato de que, para um determinado grupo de países, as diferenças observadas nos níveis de renda per-capita começaram a ser reduzir, após um período inicial de divergência crescente; ao passo que, para outros, o *gap* de renda per-capita tem aumentado de forma contínua ao longo do tempo.

A quarta seção apresenta as conclusões obtidas ao longo do presente artigo.

## 1 - Evidências empíricas a respeito dos diferenciais internacionais nas taxas de crescimento da renda per-capita

Um dos fatos que mais chama a atenção ao se estudar as diferenças nos níveis de renda per-capita entre os diversos países do mundo é a **magnitude** das mesmas. Uma simples inspeção dos dados revela que a renda per-capita dos países mais ricos pode ser 20 ou 30 vezes maior que a renda per-capita dos países mais pobres (cf. Mankiw, 1995). No entanto, um ponto que tem escapado à atenção da maior parte dos estudiosos sobre o crescimento econômico é que a existência de um *gap* de renda per-capita entre os países ricos e pobres é um fenômeno relativamente recente na história mundial. De fato, Dosi & Fabiani (1994) mostram que o *gap* de renda per-capita entre os países que atualmente fazem parte do primeiro mundo e os países do terceiro mundo tem aumentado continuamente ao longo dos últimos 200 anos. Esses autores mostram as divergências crescentes nos níveis de renda per-capita entre os países ricos e os países pobres tem se desenvolvido a partir de uma situação inicial na qual o referido *gap* era praticamente inexistente.

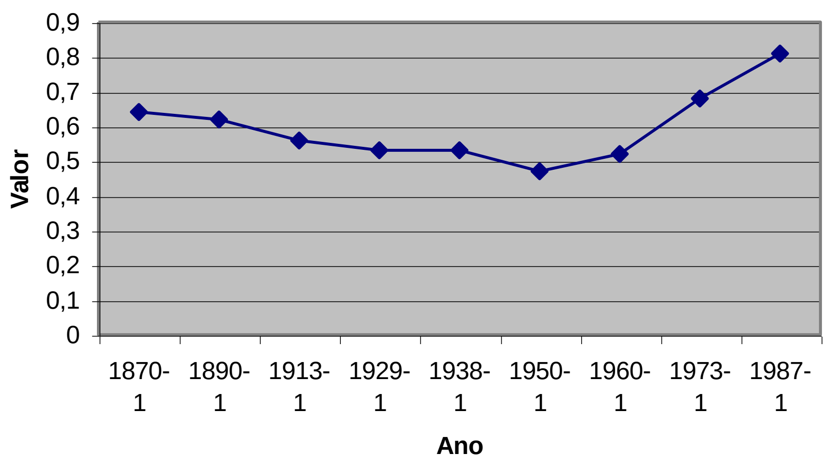
Conforme se pode observar na Figura 1, o *gap* de renda per-capita entre os países que atualmente fazem parte do primeiro e do terceiro mundo era praticamente inexistente por volta da segunda metade do século XVIII. Contudo, a partir de 1860 começa a haver a haver uma crescente divergência entre os níveis de renda per-capita dos países desenvolvidos e dos países do terceiro mundo; divergência essa que se acentua consideravelmente na segunda metade do século XX. A análise da Figura 1 revela, portanto, que as diferenças observadas nos **níveis** de renda per-capita entre os países desenvolvidos e os países do terceiro mundo deve-se ao fato de que a renda per-capita no primeiro grupo de países tem crescido a uma **taxa** consideravelmente maior do que no segundo grupo. Essa observação pode paracer trivial, mas é extremamente pertinente; uma vez que para certos autores, entre os quais destaca-se Sala-i-Martin (1990a, p.9), os diferenciais observados nos níveis de renda per-capita entre os países ricos e pobres poderiam ser explicados como sendo o resultado da existência de ***condições iniciais*** diferenciadas entre esses países. Em outras palavras, os países ricos possuíriam um nível de renda per-capita mais alto do que o dos países pobres porque os seus **níveis iniciais** de renda per-capita seriam maiores do que os prevalecentes nestes últimos. O que a Figura 1 nos mostra é que os níveis iniciais de renda per-capita eram muito semelhantes entre os países desenvolvidos e os países do terceiro mundo; e que a partir de um certo momento a renda per-capita começou a crescer mais rápido no primeiro grupo de países do que no último.




Fonte : Dosi & Fabiani (1994)

A análise do comportamento dos níveis de renda per-capita dos países desenvolvidos revela, contudo, a ocorrência de um processo de convergência da renda per-capita dos países europeus com relação a renda per-capita dos Estados Unidos, no período posterior a Segunda Guerra Mundial; após um longo intervalo de tempo no qual o *gap* de renda per-capita entre os referidos países aumentou de forma contínua. Os dados apresentados por Maddison (1991, p.181) a respeito da evolução da produtividade do trabalho em 15 países desenvolvidos [1] mostram que a produtividade do trabalho nos Estados Unidos aumentou de forma contínua com relação a média da produtividade do trabalho nos demais países durante o período compreendido entre 1870 e 1950. No período 1950-1987, no entanto, o *gap* na produtividade do trabalho entre os Estados Unidos e os demais países desenvolvidos se reduziu de forma contínua; permanecendo em torno de 0,8 (Figura 2). Em outras palavras, no período posterior a Segunda Guerra Mundial se observa um processo de *catching-up* dos demais países desenvolvidos com relação aos Estados Unidos (cf. Fagerberg, 1994, p.1157). Considerando que o nível da produtividade do trabalho pode ser considerado uma boa *próxi* para o nível de renda per-capita (cf. Fagerberg, 1987); segue-se, portanto, que o período em consideração foi caracterizado pela convergência entre os níveis de renda per-capita dos países desenvolvidos .

**Figura 2 : Produtividade do Trabalho em 15 Países Desenvolvidos com Relação aos Estados Unidos**




Fonte : Fagerberg (1994).

Em resumo, os estudos empíricos revelam a existência de dois traços de caráter geral a respeito das divergências internacionais nos níveis de renda per-capita, a saber :

1. As taxas de crescimento da renda per-capita são diferenciadas entre os países; fazendo com que o *gap* de renda per-capita entre os países desenvolvidos e os países do terceiro mundo aumente ao longo do tempo.
2. No período pós-Segunda Guerra Mundial tem ocorrido um processo de convergência entre os níveis de renda per-capita dos países desenvolvidos; em particular, a Europa e o Japão tem conseguido reduzir o *gap* de renda per-capita com relação aos Estados Unidos, após um longo período de aumento contínuo desse *gap*. Em outras palavras, constata-se a ocorrência de um processo de *catching-up* entre os Estados Unidos e os demais países desenvolvidos.

[1] Australia, Austria, Bélgica, Canadá, Dinamarca, Finlândia, França, Alemanha, Itália, Japão, Holanda, Noruega, Suécia, Suiça, Reino Unido e Estados Unidos.

## 2 - Progresso Técnico e Crescimento Econômico : o modelo de Solow

O modelo de Solow é considerado por diversos autores (Mankiw, 1995; Romer, 1996; Obstfeld & Rogoff, 1996) como a primeira tentativa sistemática de explicar o fenômeno do crescimento econômico de longo-prazo com base no instrumental ***neoclássico*** de análise. Muito embora o próprio Solow (1956, p.65-66) tenha afirmado que o objetivo fundamental de seu modelo de crescimento era demonstrar que as conclusões do modelo de Harrod (1939) a respeito da relação entre crescimento e desemprego só seriam válidas em condições muito particulares (Cf. Solow, 1956, p.56); o modelo em consideração passou a ser utilizado pelos economistas neoclássicos como o instrumental básico para a análise dos determinantes do crescimento econômico.

A estrutura básica do modelo de crescimento de Solow pode ser descrita da seguinte forma.

Consideremos uma economia que produz um único bem a partir de dois insumos, capital - K - e trabalho - L . A transformação desses insumos em produto é descrita por intermédio de uma função de produção do seguinte tipo :

$$\mathbf{Y_t = K_t^a (A_t L_t)^b} \quad (1)$$

Na equação (1) a contribuição do trabalho na produção agregada depende de um parâmetro *A*. Esse parâmetro pode ser entendido como uma espécie de *coeficiente de eficiência* do fator de produção trabalho. Como esse coeficiente está indexado com relação ao tempo, segue-se que a eficiência do trabalho não é constante, mas pode mudar com o passar do tempo. Mais especificamente, iremos supor que a evolução da referida variável é determinada pela seguinte equação :

$$\partial \mathbf{A}/\partial \mathbf{t} = \mathbf{A_0} \ \mathbf{exp}\ (\boldsymbol{gt}) \quad (2)$$

Na equação (2), *g* pode ser interpretado como sendo a taxa na qual a eficiência do fator trabalho aumenta ao longo do tempo, isto é, a taxa de crescimento da produtividade do trabalho. Solow considera essa taxa como sendo um parâmetro determinado fora do modelo, e uma medida do progresso tecnológico. De fato, mantidas constantes as quantidades empregadas de capital e de trabalho; a quantidade produzida deverá aumentar devido ao fato de que o insumo fica mais eficiente à medida em que o tempo passa. Sendo assim, podemos considerar a equação (2) como sendo a função de progresso tecnológico do modelo de Solow.

Algumas observações adicionais são necessárias a respeito da equação (2). Em primeiro lugar, o progresso tecnológico aí representado é ***neutro*** no sentido de Harrod. O progresso tecnológico é dito neutro no sentido de Harrod se a participação dos salários e dos lucros na renda agregada for mantida constante ao longo do tempo (cf. Sala-i-Martín, 1990a, p. 31). A representação do progresso tecnológico por intermédio da equação (2) permite que a participação dos salários e dos lucros na renda seja constante no modelo de Solow; caracterizando aquele como neutro no sentido de Harrod. Tal caracterização do progresso tecnológico é motivada por fatores empíricos e teóricos. À nível empírico a referida caracterização é vista como sendo a única compatível com a *estabilidade* da distribuição funcional da renda entre salários e lucros que é observada na maior parte dos países capitalistas avançados. À nível teórico, trata-se da única representação do progresso tecnológico que é compatível com a existência de um *estado estacionário* para a economia em consideração (*Ibid*, p.32).

Em segundo lugar, o progresso tecnológico é tido como *desencomporado* (*disembodied*) das máquinas e equipamentos. Em outras palavras, o progresso tecnológico aumenta não só a produtividade das máquinas e equipamentos recentemente adquiridos; como também a produtividade de todo o estoque de capital, independentemente da data na qual os equipamentos foram adquiridos.

Por fim, a necessidade de manter a consistência do modelo de crescimento com a teoria do equilíbrio geral Walrasiano impõe restrições ao valor do coeficientes da equação (1) . De fato, o equilíbrio competitivo só pode ser obtido numa economia como a descrita pelo modelo de Solow se $a+b=1$, ou seja, se a função de produção estiver sujeita a *retornos constantes de escala* . Em condições de concorrência perfeita vale o *Teorema de Euller-Wicksteed* segundo o qual todo o produto é exausto na remuneração dos fatores de produção de acordo com a sua produtividade marginal (cf. Sargent, 1986). Nesse caso, todo o produto é "*gasto*" na remuneração dos insumos trabalho e capital, nada sobra para remunerar a atividade de inovação (cf. Romer, 1991, p.86). Sendo assim, somos logicamente levados a concluir que a tecnologia é um *bem público* estando disponível à todos os agentes que desejem utilizá-la. A única definição de tecnologia que é compatível simultâneamente com o atributo de bem público exigida pela hipótese de retornos constantes de escala, e com a *desincorporação* da mesma com relação às máquinas e equipamentos é a fornecida por Arrow (1962), a saber : tecnologia é **informação** de aplicabilidade geral e com reprodução fácil.

As famílias dessa economia poupam uma fração constante *s* de suas rendas. Como o capital é o único ativo que existe nessa economia, segue-se que as famílias deverão obrigatoriamente aplicar suas poupanças na compra de bens de capital. Daqui se conclui que a poupança será necessariamente igual ao investimento. Nesse caso, temos que :

$$\mathbf{I = \partial K/\partial t = s\, Y_t = s\, \{ K_t^{a}\, (A_t L_t)^{b} \}} \quad (3)$$

A população cresce à taxa constante $\eta$ e, por hipótese, o pleno-emprego é mantido continuamente ao longo do tempo. Sendo assim, a força de trabalho disponível no período *t* é dada pela seguinte equação :

$$\mathbf{L_t = L_0 \exp(\eta t)} \quad (3)$$

Defina-se o estoque de capital por unidade de trabalho efetivo ($k$) como sendo igual a $k = K/AL$. Diferenciando $k$ com relação ao tempo, temos que :

$$\mathbf{\partial k/\partial t = s\, \{ k_t^{a}\, A_t^{a+b-1}\, L_t^{a+b-1} \} - (\eta + g)\, k_t} \quad (4)$$

Dividindo (4) com respeito a $k_t$, temos :

$$\mathbf{\gamma_k = s\, \{ k_t^{a-1}\, A_t^{a+b-1}\, L_t^{a+b-1} \} - (\eta + g)} \qquad (5)\ ;$$

$$\mathbf{\gamma_k = s\, \{ k_t^{a-1} \} - (\eta + g)} \qquad (5a)\quad ;\ a + b = 1$$

A equação (5a) apresenta a taxa de crescimento do estoque de capital por unidade de trabalho eficiente - $\gamma_k$ - como uma função da diferença entre dois termos. O primeiro termo claramente se reduz a medida em que o estoque de capital per-capita aumenta; ao passo que o segundo termo é uma constante. Daqui se segue que a taxa de crescimento do estoque de capital por unidade de trabalho eficiente tende assintoticamente a zero ( Figura 3), ou seja, *k* é constante no longo-prazo.

Dado que o estoque de capital por unidade de trabalho eficiente é constante no longo-prazo; segue-se que o estoque de capital per-capita irá crescer à mesma taxa que a produtividade do trabalho. De fato, log-linearizando *k=K/AL*, e diferenciando com relação ao tempo, constatamos que : $\gamma_k = g$

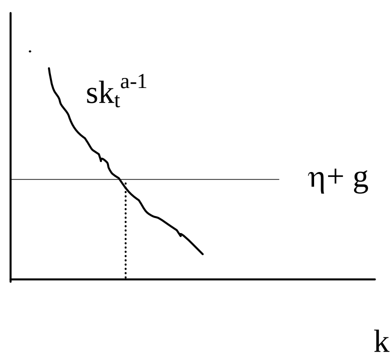



**Figura 3**

Analogamente, podemos demonstrar que a renda per-capita irá crescer à mesma taxa que o estoque de capital per-capita. De fato, dividindo a equação (1) por $L_t$, temos :

$$\mathbf{Y_t/L_t = (K_t/L_t)^a A_t^b L_t^{a+b-1}} \qquad (1a)$$

Log-linearizando a equação (1a) e dividindo a resultante com relação ao tempo, obtemos que :

$$\gamma_y = \mathbf{a}\,\gamma_{(k)} + \mathbf{b}\,\gamma_A + [\,\mathbf{a + b\text{-}1}]\,\eta \qquad (7)$$

Dado que $a + b = 1$, a equação (7) se reduz a :

$$\gamma_{(y)} = \mathbf{g} \qquad (7a)$$

A equação (7a) mostra que, na ausência de progresso tecnológico (ou seja, g = 0), a renda per-capita seria constante no longo-prazo. No caso em consideração, a renda per-capita poderia crescer apenas de forma temporária, durante o processo de ajustamento da economia à sua posição de *estado-estacionário*. Contudo, uma vez alcançado o estado estacionário, a renda per-capita não apresentaria nenhuma tendência à mudança. Daqui se segue, portanto, que o progresso tecnológico é tido, no modelo de Solow, como o principal fator que impulsiona o crescimento da renda per-capita ao longo do tempo.

Se a evidência empírica parece corroborar a tese de que o progresso tecnológico é o fator fundamental para explicar o crescimento da renda per-capita no longo-prazo (Cf.

Solow, 1957); por outro lado, o modelo de Solow é incapaz de explicar a existência de diferenças nas taxas de crescimento da renda per-capita entre os países. De fato, a caracterização da tecnologia como um bem público nos leva logicamente a concluir que todos os países do mundo devam ter acesso à mesma tecnologia. Isso porque se a tecnologia é vista como informação de aplicabilidade geral e que pode ser facilmente reproduzida; que ou quais fatores poderiam impedir a **difusão** instantânea de uma inovação tecnológica por todos os países do mundo ? Em outras palavras, o que impediria que todos os países do mundo utilizassem a mesma tecnologia, de forma que todos eles experimentassem a mesma taxa de crescimento em seus níveis de renda per-capita ?

Da forma como a tecnologia é tratada no modelo de Solow, a única resposta possível para esses questionamentos é que não há nenhum motivo pelo qual se deva esperar a existência de "*hiatos tecnológicos*" entre os diversos países do mundo. O modelo de Solow não é compatível com a existência de países situados na *fronteira tecnológica* e países situados atrás dessa fronteira. As divergências observadas nos níveis de renda per-capita não podem ser devidas à existência de taxas de crescimento da renda per-capita diferenciadas entre os países. Tais divergências só podem ser o resultado de diferenças no estoque de capital per-capita.

## 3 - O Modelo de Solow Reconsiderado : a reconstrução de Mankiw, Romer e Weill [2]

Muito embora o modelo de Solow seja incompatível com a existência de **taxas** de crescimento da renda per-capita diferenciadas entre os países; ele pode, a princípio, prever a existência de diferenças substanciais nos **níveis** de renda per-capita. Tais diferenças seriam o resultado da existência de diferenças no estoque de capital per-capita entre os países do mundo.

A validade dessa afirmação pode ser demonstrada da seguinte forma.

Consideremos, novamente a equação (5a) :

$$\boldsymbol{\gamma_k = s \{ k_t^{a-1} \} - ( \eta + g )} \qquad (5a) \quad ; a + b = 1$$

Sabemos que, em *steady-state*, a taxa de crescimento do estoque de capital por unidade de trabalho efetivo é igual a zero. Logo, a partir da equação em consideração, temos que :

$$\boldsymbol{\kappa_t = A_t \{ s / (\eta + g) \}^{1/(a+1)}} \qquad (10)$$

A equação (10) apresenta o estoque de capital per-capita como uma função do coeficiente de progresso tecnológico e da propensão a poupar. Como todos os países operam com a mesma tecnologia, as diferenças no estoque de capital per-capita só podem ser o resultado da existência de propensões a poupar diferenciadas entre os países do mundo.

Substituindo (10) em (1), chegamos a seguinte expressão :

[2] A apresentação feita a seguir é baseada em Obstfeld & Rogoff (1996, pp.434-440) e Mankiw (1995).

$$\mathbf{q_t = A_t \{ s / ( \eta + g) \}^{a/(1-a)}} \quad (11)$$

Log-linearizando a equação (11), temos que :

$$\mathbf{Log\ q_t = Log\ A_o + \mathit{g\ t} + \{ a / (1-a) \} Log\ s - Log ( \eta + g)} \quad (12)$$

Tirando o diferencial total da equação (12), chegamos ao seguinte resultado [ tomando $A_0$, g e $\eta$ como constantes ];

$$\mathbf{(dq/q) = \{a/(1-a)\} (ds/s)} \quad (13)$$

A equação (13) apresenta a variação total da renda per-capita como sendo uma função da variação total da taxa de poupança. O termo que aparece entre chaves na equação (13) nada mais é do que a razão entre a participação dos lucros e dos salários na renda. Tomando-se como base os dados da economia americana, o valor desse termo seria aproximadamente igual a 1/2[3].

Nesse caso, se a diferença entre as taxas de poupança de dois países for da ordem de 4; então a diferença entre os seus níveis de renda per-capita será da ordem de 2 ( cf. Mankiw, 1995). No entanto, as diferenças empiricamente observadas entre os níveis de renda per-capita é da ordem de 10 ou mais. Segue-se, portanto, que o modelo original de Solow, embora não seja incompatível com a existência de ***alguma*** diferença entre os níveis de renda per-capita, não é capaz de explicar a magnitude das diferenças empiricamente observadas nos valores da variável em consideração.

Segundo Mankiw, Romer e Weill (1992) o modelo original de Solow não consegue dar conta das diferenças em consideração por se basear numa concepção muito estreita de capital. De fato, o estoque de capital é tido como sendo constituído unicamente de capital físico. Essa definição seria a responsável por um baixo valor de *a* na equação (13); uma vez que todos os rendimentos que não sejam originados pela posse de capital físico estariam sendo atribuídos ao trabalho. O baixo valor de *a*, por sua vez, seria o responsável pela ocorrência de diferenças relativamante pequenas nos níveis de renda per-capita entre os países. Para contornar esse problema, basta aumentar o valor de *a* na equação (13); o que exige a ampliação da definição de capital.

Nesse contexto, consideremos que a quantidade produzida seja uma função de três insumos : o capital físico (K), o capital humano (H) e o trabalho (L). Em particular, consideremos que a função de produção seja dada pela seguinte equação :

$$\mathbf{Y_t = K_t^{a} H_t^{\phi} (A_t L_t)^{1-a-\phi}} \quad (14)$$

Dividindo-se a equação (14) por *AL* temos :

---

[3] Esse valor é calculado tomando-se como base a participação dos lucros na renda nos EUA, que se situa em torno de 1/3 (cf. Obstfeld & Rogoff, 1996, p. 437). No entanto, as estimativas a respeito da referida participação para os países da OCDE mostram que o valor da mesma pode variar no intervalo entre 0.5 [Itália] e 0.35 [ Canadá ] (*Ibid* , p.437, n.4).

$$\mathbf{y_t = (k_t)^a (h_t)^{\phi}} \quad (15)$$

onde : $\mathbf{h_t = H_t/(A_t\, L_t\,)}$

De forma análoga ao modelo original de Solow, consideremos que as famílias investem uma fração fixa ( $s_h$ ) da renda total em capital humano e uma fração fixa ( $s_k$ ) em capital físico. Sendo assim, a acumulação de capital físico é dada pela seguinte equação:

$$\mathbf{(\partial h/\partial t)/h = \{s_h\,[\,k^a\, h^{\phi}\,] - (\,g + \eta\,)\,h\,\}} \quad (16)$$

A equação de acumulação de capital físico é dada por :

$$\mathbf{(\partial k/\partial t)/k = \{s_h\,[\,k^a\, h^{\phi}\,] - (\,g + \eta\,)\,k\,\}} \quad (17)$$

Os valores de *steady-state* de k e h podem ser obtidos facilmente a partir das equações (16) e (17). Temos, após os algebrismos necessários, que :

$$\mathbf{k = \{\,[(s_k)^{1-\phi}\,(s_h)^{\phi}\,]/(g + \eta)\}^{1/(1-a-\phi)}} \qquad (18)$$

$$\mathbf{h = \{\,[(s_k)^{1-\phi}\,(s_h)^{\phi}\,]/(g + \eta)\}^{1/(1-a-\phi)}} \qquad (19)$$

Substituindo as equações (18) e (19) em (15), multiplicando ambos os lados por $A_t$ e Log-linearizando a equação resultante, temos que :

$$\mathbf{Log\ q_t = Log\ A_0 + \boldsymbol{gt} + \{a/(1\text{-}a\text{-}\phi)\}\ Log\ s_k + \{\phi\,/(1\text{-}a\text{-}\phi)\}\ Log\ s_h - \{(a+\phi)/(1\text{-}a\text{-}\phi)\}(g+\eta)}$$

Tirando o diferencial total da equação acima, obtemos a seguinte expressão [considerando $A_o$, g e η como constantes ] :

$$\mathbf{dq_t\,/qt = \{a/(1\text{-}a\text{-}\phi)\}(ds_k/s_k\,) + \{\phi\,/(1\text{-}a\text{-}\phi)\}(ds_h/h)} \quad (20)$$

Se supusermos que a taxa de acumulação de capital físico é igual a taxa de acumulação de capital humano, ou seja, $s_h = s_k = s$; a equação (20) fica reduzida à seguinte expressão :

$$\mathbf{dq_t\,/qt = \{(a+\phi)/(1\text{-}a\text{-}\phi)\}(ds/s)} \qquad (21)$$

Na equação (21) , a participação dos salários na renda é medida, agora, por 1-a-ϕ. Daqui se segue que a participação do capital na renda é igual a $a+\phi$. Dado que *a* é a parte da renda agregada que é devida ao capital físico, então ϕ é a parcela que cabe ao capital humano. Temos, portanto, que a participação do capital na renda agregada aumentou de *a* para $a+\phi$ .

A estimativa de Mankiw, Romer e Weill para o valor de $a+\phi$ é de 2/3, sendo 1/3 para *a* e o outro 1/3 para ϕ. Nesse caso, o valor do termo entre chaves na equação (20) é igual a 2. Sendo assim, para uma diferença nas taxas de poupança da ordem de 4 entre os países; a diferença nos níveis de renda per-capita seria da ordem de 8. Essa magnitude da diferença entre os níveis de renda per-capita é perfeitamente compatível com a experiência internacional.

A reformulação do modelo de Solow proposta por Mankiw, Romer e Weill consegue fazer com que o referido modelo dê conta da existência de grandes divergências nos níveis de renda per-capita entre os países; No entanto, como essa reformulação não altera a forma pela qual a tecnologia é tratada no modelo de Solow, segue-se que se mantém a conclusão de que a **taxa** de crescimento da renda per-capita é igual para todos os países. Nesse caso, fica difícil explicar porque o *gap* de renda per-capita entre os países ricos e os países pobres vém aumentando continuamente ao longo dos últimos 200 anos.

## 4 - Progresso Tecnológico e Crescimento Endógeno : a nova teoria neoclássica do crescimento

A partir da segunda metade dos anos 80 houve um recrudescimento do interesse pela questão do crescimento econômico por parte dos autores neoclássicos. As assim denominadas *novas teorias do crescimento* se propunham a abandonar algumas das hipóteses básicas do modelo de Solow; de forma a poder contornar a sua incapacidade de produzir *endogenamente* uma trajetória de crescimento contínuo para o nível de renda per-capita.

De acordo com Ellery & Ferreira (1996), as novas teorias do crescimento podem ser classificadas em dois grupos, tendo como critério de classificação o tipo de mudança que é realizado na estrutura básica do modelo de crescimento de Solow. O primeiro grupo de teorias engloba os modelos de Romer (1986), Lucas (1988) e Rebello (1991). A diferença entre os modelos que fazem parte desse grupo e o modelo de crescimento de Solow é que naqueles os rendimentos marginais do *fator acumulável* são tidos como constantes ou crescentes; ao passo que no modelo de Solow tais rendimentos são decrescentes. Deve-se mencionar que, à exceção do modelo de Lucas (1988), os modelos que fazem parte do grupo em consideração tratam a tecnologia da mesma forma como ela é tratada no modelo de Solow, isto é, como um *bem público* (cf. Romer, 1991).

O segundo grupo de teorias engloba os modelos de Romer (1990), Grossman & Helpman (1989) e Aghion e Howitt (1992). Os modelos que fazem parte desse grupo empregam uma concepção de tecnologia que é **substancialmente** diferente daquela que é empregada no modelo de Solow. Ao invés de considerar a tecnologia como um bem público, se trata a tecnologia como um bem não-rival [4], porêm excluível; ou seja, um bem que pode ser privadamente apropriado através, por exemplo, da concessão de patentes ou licenças de operação. Essa caracterização da tecnologia, contudo, obriga o abandono da hipótese de concorrência perfeita em benefício da hipótese de concorrência imperfeita. Em condições de concorrência imperfeita deixa de ser válido o teorema de Euller-Wicksteed, tornando possível a existência de um *excedente econômico* que pode ser utilizado para a remuneração da atividade de inovação.

A seguir apresentaremos alguns exemplos de modelos que fazem parte dos dois grupos de teorias do crescimento; procurando ressaltar em que medida as novas teorias do crescimento conseguem contornar as deficiências do modelo de Solow.

---

[4] Um bem é dito não-rival se a sua utilização por parte de um indivíduo não impede o seu uso por parte de outros indivíduos (Cf. Romer, 1990, p.s74).

**(a) Modelos de Crescimento com Rendimentos Constantes ou Crescentes sob o Fator Acumulável**

Segundo Sala-i-Martin (1990b, p.4) o modelo de Rebello (1991) pode ser considerado como o exemplo representativo da classe de modelos de crescimento com rendimentos constantes ou decrescentes sob o fator acumulável; os demais modelos de crescimento podem ser vistos como extensões ou *como* constituindo os fundamentos microeconômicos do mesmo.

A estrutura básica do modelo de Rebello pode ser descrita da seguinte forma :

Consideremos uma economia na qual a função de ptodução seja linear em um único insumo, capital [5], podendo ser representada pela seguinte equação :

$$\mathbf{Y_t = A\, K_t} \quad (22)$$

Ao invés de considerarmos que as famílias poupam uma fração constante *s* de suas rendas, iremos supor que elas escolhem o padrão desejado de consumo ao longo do tempo de forma a maximizar a seguinte função utilidade inter-temporal :

$$\mathbf{U = \int_0^{\infty} \exp(-\rho t)\{ c_t^{1-\sigma} / (1-\sigma)\}dt} \quad (23)$$

onde : $c_t$ é o consumo do indivíduo no período t, $\rho$ é a taxa subjetiva de desconto i inter-temporal, $\sigma$ é a taxa de substituição inter-temporal no consumo.

Para fins de simplicidade de exposição, consideremos que a população é constante ao longo do tempo, ou seja, $\eta$=0. Para simplificar ainda mais o modelo, normalizemos o tamanho da população em 1. Nesse contexto, a evolução do estoque de capital per-capita ao longo do tempo pode ser descrita por intermédio da seguinte equação :

$$\mathbf{\partial k/\partial t = A\, k - c} \quad (24)$$

Como a economia acima descrita satisfaz as condições de validade do segundo teorema da economia do bem-estar; segue-se que a determinação das trajetórias no tempo do consumo e do capital per-capita pode ser feita através da maximização da equação (23) sujeita a restrição imposta pela equação (24). Esse problema de maximização pode ser representado pelo seguinte Hamiltoniano :

$$\mathbf{MAX_{c,k}\ H(.) = Exp(-\rho t)\{ c_t^{1-\sigma} / (1-\sigma) \} + \lambda [ A\, k - c ]} \quad (25)$$

As condições de primeira ordem para a solução de (25) são dadas pelo seguinte conjunto de equações :

$$\mathbf{\lambda = \exp(-\rho t)\, c_t^{-\sigma}} \quad (26a)$$

[5] O estoque de capital é tido como um agregado de diferentes tipos de capital, a saber : capital físico, capital humano, conhecimento e etc.

$$\partial\lambda/\partial t = -\lambda A \qquad (26b)$$

Log-linearizando a equação (26a), e diferenciando a equação resultante com relação ao tempo, temos :

$$(\partial\lambda/\partial t)/\lambda = -\rho + \sigma\gamma_c \quad (27)$$

onde : $\gamma_c$ é a taxa de crescimento do consumo per-capita.

Substituindo a equação (27) na equação (26), temos que :

$$\gamma_c = (1/\sigma)[A - \rho] \qquad (28)$$

A equação (28) mostra que a taxa de crescimento do consumo per-capita é constante, e, em geral, diferente de zero; sendo determinada pela eficieência da tecnologia empregada na economia em consideração ( medida pela constante A) e pelas preferências dos indivíduos ( representadas pelas constantes $\rho$ e $\sigma$).

Para obter a taxa de crescimento do estoque de capital e da renda per-capita; divida-se a equação (26a) por k. Temos, então, que :

$$c/k = A - \gamma_k \quad (29)$$

Log-linerarizando a equação (29) e diferenciando com relação ao tempo, temos :

$$\gamma_c = \gamma_k = \gamma \quad (30)$$

Em palavras : a taxa de crescimento do capital per-capita é igual a taxa de crescimento do consumo per-capita. Com base na equação (22) é imediato que a taxa de crecimento da renda e do capital per-capita são idênticas. Daqui se segue que a renda per-capita deve crescer ao longo do tempo à taxa determinada pela seguinte equação :

$$\gamma = (1/\sigma)[A - \rho] \quad (31)$$

A equação (31) mostra que as divergências observadas entre as taxas de crescimento da renda per-capita dos diversos países só podem resultar de (i) diferenças na tecnologia de produção empregada em cada país, e (ii) diferenças nas preferências dos consumidores de cada país a respeito da alocação inter-temporal do consumo. Explicar as diferenças observadas nas taxas de crescimento da renda per-capita com base em (ii) esbarra no incoveniente de que os parâmetros $\rho$ e $\sigma$ são variáveis que não são diretamente observáveis. Tal fato põe em dúvida a possibilidade de realização de qualquer tipo de teste empírico para avaliar a plausibilidade dessa explicação como causa da existência das diferenças observadas nas taxas de crescimento da renda per-capita.

Além disso, dado que os parâmetros em consideração não são diretamente observáveis, qualquer explicação para o fenômeno em questão que tenha como base as diferenças nas preferências dos consumidores é puramente **tautológica** . Para demonstrar esse ponto, aceitemos a tese de que a renda per-capita cresce mais rapidamente nos países onde os consumidores são menos impacientes inter-temporalmente ( menor $\rho$) ou estão menos dispostos a substituir o consumo entre períodos ( menor $\sigma$ ). Nesse contexto, como podemos saber se, **de fato**, os países que apresentam a maior taxa de crescimento da renda per-capita são os que apresentam os menores valores para $\sigma$ e $\rho$ ? Muito simples, se a renda per-capita nesses países cresce mais rapidamente é porque os valores de $\sigma$ e $\rho$ são mais baixos !

Uma vez descartada as diferenças nas preferências dos consumidores como explicação para o fenômeno em consideração, examinemos se podem existir diferenças na tecnologia que permitam a existência de diferenças significativas entre as taxas de crescimento da renda per-capita entre os países.

O modelo de Rebello mantém a hipótese de que as firmas e os consumidores operam em mercados nos quais prevalece a concorrência perfeita. Nesse contexto, continua sendo válida a idéia de que todo o produto é gasto na remuneração dos fatores de produção de acordo com as suas produtividades marginais. Sendo assim, se as firmas tivessem que pagar pelo uso da tecnologia , elas jamais conseguiriam atingir o seu ponto de *break-even*. Segue-se, portanto, que a única forma de tratar a tecnologia que é lógicamente compatível com a estrutura do modelo em consideração é a mesma empregada por Solow, ou seja, a tecnologia deve ser encarada como um bem público.

Nesse caso, todos os países devem estar empregando a mesma tecnologia de produção , o que faz com que todos eles apresentem a mesma taxa de crescimento em seus níveis de renda per-capita.

**(b) Modelos de Crescimento com Atividades de Pesquisa e Desenvolvimento**

O modelo de Romer (1990) foi um dos primeiros modelos da nova teoria do crescimento a tratar o progresso tecnológico como o resultado da busca intencional de lucros por parte das firmas. Nesse contexto, a tecnologia é tratada como sendo um bem não-rival, porém excluível; isto é, a tecnologia continua sendo tratada como conhecimento de aplicabilidade geral, mas esse conhecimento pode ser agora apropriado através de patentes ou licenças de produção, de forma que o seu proprietário pode obter uma renda a partir do licenciamento dessa tecnologia para outros indivíduos ou firmas.

A caracterização da tecnologia como um bem não-rival, mas excluível obriga ao abandono da hipótese de concorrência de perfeita, e a sua substituição pela hipótese de concorrência imperfeita ou monopolística. Para demonstrar a validade dessa afirmação, consideremos que F(A, X) seja uma função que represente um processo de produção que utilize um vetor de insumos rivais, **X**, e um insumo não-rival, **A** . Se **A** é um insumo não-rival, segue-se que ele pode ser utilizado em diversas ***plantas*** simultâneamente. Sendo assim, por replicação temos :

$$\mathbf{F(A,\lambda X) = \lambda F(A,X) \; ; \; \lambda > 1} \quad (32)$$

Nesse caso, F(.) não pode ser homogênea de grau um. De fato, se o insumo **A** possui algum valor para o processo de produção em consideração, temos que :

$$\mathbf{F(\lambda A, \lambda X) > F(A, \lambda X)} \quad (33)$$

Substituindo (32) em (33), temos que :

$$\mathbf{F(\lambda A, \lambda X) > \lambda\, F(A,X)} \quad (34)$$

Como é de conhecimento geral, a hipótese de concorrência perfeita é incompatível com a existência de retornos crescentes ao nível de firma (cf. Romer, 1991, p. 87). Segue-se, portanto, que o tratamento da tecnologia como um bem não-rival, mas excluível exige o abandono da hipótese de concorrência perfeita.

A estrutura da economia considerado no modelo de Romer, pode ser descrita da seguinte forma.

No modelo em consideração existem 4 insumos básicos : capital físico, trabalho, capital humano, e o conhecimento tecnológico. O trabalho é visto como aquelas faculdades possuídas por qualquer indivíduo em boas condições de saúde, como, por exemplo, a coordenação motora. O capital humano, por sua vez, é uma medida que o efeito cumulativo de atividades como a educação formal e o treinamento no trabalho tem sobre a produtividade dos trabalhadores.

A economia é composta por três setores : o setor de pesquisa e desenvolvimento, o setor de bens intermediários e o setor de bens finais. O setor de pesquisa e desenvolvimento utiliza capital humano e o estoque de conhecimento existente para produzir novos projetos de bens de capital. Esses novos projetos são vendidos ao setor de produção de bens intermediários onde serão transformados em novos bens de capital. Esses, por sua vez, serão licenciados para o setor produtor de bens finais, que os combina com trabalho e capital humano para a produção dos referidos bens.

A população e a força de trabalho permanecem constantes ao longo do tempo, assim como o estoque de capital humano.

A produção de bens finais é uma função do volume empregado de trabalho, da fração do estoque de capital humano empregado nesse setor e da quantidade e da **variedade** de bens intermediários empregados para esse fim. Nesse contexto, o progresso tecnológico aumenta a produtividade do trabalho ao aumentar a variedade, e não a qualidade, dos bens intermediários utilizados na produção de bens finais Sendo assim, a função de produção utilizada pelas firmas dessa economia pode ser apresentada por intermédio da seguinte equação :

$$\mathbf{Y\,(H_y, L, X) = H_y^{a}\, L^{b} \sum_{1}^{\infty} X_i^{1-a-b}} \qquad (35)$$

onde : $H_y$ é a fração do estoque de capital humano utilizado na produção de bens finais.

Algumas observações são necessárias a respeito da equação (35). Em primeiro lugar, estamos supondo que a função de produção é aditivamente separável nos insumos intermediários. Isso equivale a afirmar que cada unidade monetária investida no insumo $X_i$ não influencia a produtividade marginal do insumo $X_j$ (onde $i \neq j$). Essa hipótese descarta a existência de qualquer relação de complementariedade e/ou substitubilidade entre os bens intermediários. Em segundo lugar, como a função de produção descrita pela equação (35) é homogênea de grau um, segue-se que a produção de bens finais pode ser determinada a partir do problema de maximização de lucros de um única firma competitiva.

Se supusermos que os bens intermediários são perfeitamente divisíveis, a equação (35) pode ser reescrita da seguinte forma :

$$\mathbf{Y\ (H_y, L, X) = H_y^{a}\, L^{b} \int_1^{\propto} X_i^{1-a-b}\, di} \qquad (35')$$

O setor de bens intermediários adquire projetos de bens de capital do setor de pesquisa e desenvolvimento, pagando um preço $P_A$ por cada projeto. Esse preço consiste no valor que as firmas pagam por uma **patente** infinita sobre cada projeto de bem de capital; sendo que essa patente dá o direito exclusivo de produção do bem intermediário correspondente ao referido projeto. Uma vez que uma das firmas desse setor tenha adquirido um projeto para a produção do bem intermediário ***i***, ela pode converter $\eta$ unidades de produção final em uma unidade do bem em consideração. Se a firma ***j*** produzir $X_i$ unidades do bem intermediário ***i***, então ela poderá alugar os serviços do mesmo à um preço P(i) para as firmas do setor de bens finais. Deve-se que esse preço é uma variável que está sob controle das firmas do setor de produção de bens intermdiários, ou seja, nesse setor prevalecem condições de **concorrência imperfeita**.

Temos, portanto, que o estoque de capital existente num determinado instante do tempo pode ser definido pela seguinte equação :

$$\mathbf{K = \eta \sum_1^{A} X_i} \qquad (36)$$

onde : A é o nível de conhecimento tecnológico.

No que se refere ao setor de pesquisa e desenvolvimento, iremos supor que todos os agentes engajados em pesquisa tem acesso livre ao estoque total de conhecimento, ou seja, o conhecimento é um ***bem público*** no setor em consideração. No entanto, o arranjo institucional vigente nessa economia permite que, de alguma forma não especificada, os projetos resultantes desse esforço de pesquisa possam ser privadamente apropriados por intermédio de patentes; de forma que é possível cobrar pelo uso dos mesmos. Sendo assim, a acumulação de conhecimento tecnológico pode ser descrita pela seguinte equação :

$$\mathbf{\partial A/\partial t = \&\ H_A\, A} \qquad (37)$$

Na equação (37), o termo do lado esquerdo representa a taxa instantânea de produção de novos projetos de bens intermediários. Essa taxa é uma função da fração do estoque de capital humano empregado no setor de pesquisa e desenvolvimento ($H_A$), do estoque de conhecimento e de projetos existentes num determinado instante do tempo (A) e de uma constante de eficiência (&). Fica claro na equação acima que a produtividade do capital humano empregada no setor de pesquisa e desenvolvimento aumenta com os acréscimos no estoque existente de conhecimento. Isso evidencia o caráter do conhecimento como um bem público no referido setor.

Como no setor em consideração não existem insumos que sejam do domínio exclusivo de alguns indivíduos ou firmas, segue-se que a entrada de novas firma é inteiramente livre. Sendo assim, cada firma deverá obter lucro econômico igual a zero. Definindo-se $\mathbf{W}_{\boldsymbol{h}}$ como sendo a taxa de remuneração do capital humano nesse setor, a seguinte condição deve prevalecer :

$$\mathbf{P_A \,\&\, A = W_h} \qquad (38)$$

Por fim, o capital humano empregado no setor de produção de bens finais mais o estoque de capital humano empregado no setor de pesquisa e desenvolvimento deve ser igual ao estoque total de capital humano existente na economia. Sendo assim, temos que :

$$\mathbf{H_A + H_Y = H} \qquad (39)$$

A firma representativa do setor de bens finais toma a lista de preços de bens intermediários $\{ P(i) : i \in \Re \}$ [6]como um dado e escolhe a quantidade X(i) de cada bem intermediário de forma a maximizar os seus lucros. Temos, portanto, que o problema de otimização dessa firma pode ser apresentado da seguinte forma :

$$\mathbf{MAX_x \int_0^{\infty} [\, H_y^{a} L^{b} X(i)^{1-a-b} - P(i)X(i) \,]\, di} \qquad (40)$$

Diferenciando (40) com respeito a X(i), temos :

$$\mathbf{(1-a-b)\, H_y^{a} L^{b} X(i)^{-a-b} = P(i)} \qquad (41)$$

A equação (41) nada mais é do que a função de demanda inversa dobem intermediário ***i***.

A firma produtora do bem intermediário ***i*** toma a equação (41) como um dado ao escolher o aluguel que vai cobrar pelo uso do referido bem por parte das firmas do setor produtor de bens finais. O problema de maximização das firmas do referido setor pode ser expresso da seguinte forma :

$$\mathbf{MAX_x \;\; \pi = P(X) - r\,\eta\, X} \qquad (42)$$
$$\text{s.a}\; \mathbf{:\; (1-a-b)\, H_y^{a} L^{b} X(i)^{-a-b} = P(X)}$$

Das condições de primeira ordem para a solução de (42), temos que :

$$\mathbf{P(i) = \underline{P} = r\,\eta / (\,1 - a - b) \qquad (43)}$$

A equação (43) mostra que as firmas produtoras de bens intermediários fixam a taxa de aluguel dos mesmos com base num ***mark-up*** sobre os custos unitários. Definindo $\underline{\mathbf{X}}$ como sendo a quantidade do bem intermediário ***i*** que a firma em consideração põe a venda no mercado, segue-se que o seu lucro é dado por :

$$\mathbf{\pi = (\, a + b)\, \underline{P}\, \underline{X}} \qquad (44)$$

As firmas do setor em consideração não devem só decidir a respeito da quantidade a ser produzida de cada bem intermediário, como também devem decidir a respeito da compra de novos projetos de bens intermediários. Essa decisão nada mais é do que uma decisão de investimento, onde a firma compara o fluxo descontado de receitas provenientes

[6] Os bens intermediários que ainda não foram inventados tem preço $P(i) = \infty$.

do aluguel dos bens intermediários com o custo $P_A$ decorrente do investimento em novos projetos.

Supondo que o mercado de novos projetos de bens intermediários seja **eficiente**, segue-se que o preço dos novos projetos de investimento deve ser igual ao valor desocntado de suas perspectivas futuras de lucro. Nesse caso, temos que :

$$\mathbf{P_A (t) = \int_t^{\infty} \{exp -[ \int_t^{\tau} r(s)\, ds ] \} \pi(\tau)\, d\tau} \quad (45)$$

Diferenciando (45) com respeito ao tempo, temos após os algebrismos necessários que :

$$\mathbf{\pi(t) = r (t) P_A} \quad (46)$$

A equação (46) mostra que as firmas do setor de bens intermediários só estarão dispostas a adquirir um novo projeto se, a cada ponto do tempo, o excesso de receita sobre o custo marginal for suficiente para cobrir o custo de oportunidade desse projeto, igual ao produto entre a taxa de juros e o preço do mesmo.

Por fim, para fechar o modelo, consideremos que os consumidores tenham uma função utilidade inter-temporal dada pela seguinte equação :

$$\mathbf{U = \int_0^{\infty} \{(c^{1-\sigma} - 1)/(1-\sigma)\}\, dt} \quad (47)$$

A condição de Keynes-Ransey para taxa de juros constante é dada por :

$$\mathbf{\gamma_c = (r - \rho)/\sigma} \quad (48)$$

Resta agora determinar se existe um **equilíbrio balanceado** para a economia em consideração, ou seja, se é possível demonstrar que o nível de conhecimento tecnológico, o estoque de capital físico e o nível de produção crescem a taxas constantes ao longo do tempo.

Com base na equação (37), observamos que o nível conhecimento tecnológico, A, irá crescer à uma taxa constante se e somente se a parcela de capital humano que é empregada no setor de pesquisa e desenvolvimento permanecer constante ao longo do tempo. Para que isso ocorra é necessário que os preços e os salários vigentes na economia sejam tais que $H_y$ e $H_A$ sejam constantes.

Substituindo (44) em (46) temos que :

$$\mathbf{P_A = \{( a + b) / r \} \underline{P}\, \underline{X}} \quad (49)$$

Substituindo (43) em (49) temos que :

$$\mathbf{P_A = \{( a + b) / r \} ( 1 - a - b) H_y^a L^b \underline{X}^{1-a-b}} \quad (50)$$

Paralelamente, o capital humano deve ser igualmente remunerado nos setores de produção de bens finais e de bens intermediários. Sendo assim, a seguinte condição deve se verificar :

$$\mathbf{P_A \,\&\, A = a H_y^{a-1} L^b \int_0^{\infty} \underline{X}^{1-a-b}\, di} \quad (51)$$

Substituindo (50) em (51), temos :

$\mathbf{H_y = \{ a / [ \,\&\, (1\text{-}a\text{-}b) (a+b) ] \} r}$ (52)

De (35´) temos que :

$\mathbf{Y = H_y^{\,a} L^b A \underline{X}^{\,1\text{-}a\text{-}b}}$ (53)

De (53) temos que Y cresce à mesma taxa que *A*, se $H_y$, L e **X** forem constantes. A força de trabalho, L, é constante por hipótese. $H_y$ e **X** serão constantes se a taxa de juros for constante. Analogamente, se **X** for fixo, então $K = \eta A \underline{X}$ também deve crescer à mesma taxa que *A.* Por outro lado, como $\partial K/\partial t = Y - C$, segue-se que se K e Y crescerem à mesma taxa - o que será verdade se *r* for constante - então C e Y irão crescer à mesma taxa. Em suma, se *r* for constante, podemos definir a existência de um equilíbrio balanceado onde :

$\mathbf{g = \gamma_c = \gamma_y = \gamma_k = \,\&\, H_A}$ (54)

Como $H_y = H - H_A$, a equação (52) pode ser escrita da seguinte forma :

$\mathbf{g = \,\&\, H - \psi\, r}$ (55)

onde : $\mathbf{\psi = \{a / [ (1\text{-}a\text{-}b) (a+b) ] \}}$

A equação (55) mostra que a taxa de aumento do nível de conhecimento tecnológico é uma função inversa da taxa real de juros *r*. Se a taxa real de juros aumentar, então isso irá reduzir o valor presente dos rendimentos obtidos com o aluguel dos bens intermediários na equação (49), fazendo com que o preço ($P_A$) que as firmas desse setor estão dispostas a pagar por novos projetos de bens intermediários se reduza. Isso, por seu turno, irá reduzir os rendimentos do capital humano no setor de pesquisa e desenvolvimento. Tal redução irá estimular uma realocação do estoque de capital humano deste último para o setor produtor de bens intermediários, ou seja, um aumento de $H_y$ na equação (51). A redução do estoque de capital humano empregado no setor de pesquisa e desenvolvimento, por seu turno, tem o efeito de reduzir a taxa de crescimento do nível de conhecimento tecnológico; o que, por sua vez, impõe uma redução na taxa de crescimento do nível de produção e do estoque de capital.

A equação (55) apresenta duas incógnitas, *g* e *r*. Para determiná-las é necessária uma outra equação que apresente a taxa de crescimento como uma função da taxa real de juros. Essa equação consiste na condição de Keynes-Ramsey apresentada em (48).

Colocando *r* em evidência na equação (48), e substituindo a resultante na equação (55), temos que :

$\mathbf{g = \{(\,\&\, H - \psi\, \rho ) / (1+ \psi\sigma) \}}$ (56)

A determinação da taxa de crescimento pode ser visualizada por intermédio da Figura 5.

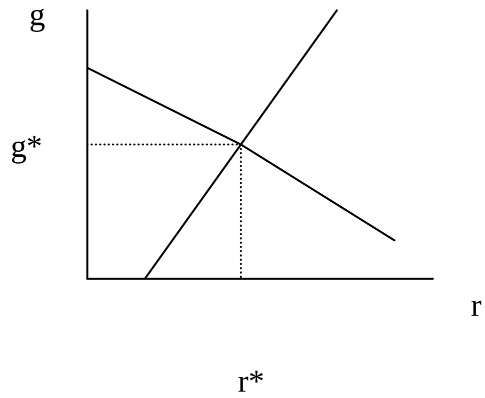



**Figura 5**

Na equação (56) fica claro que a taxa de crescimento da renda per-capita, g, é uma função crescente do estoque de capital humano existente nessa economia e uma função inversa da taxa de impaciência inter-temporal ($\rho$) e da taxa de substituição no consumo ($\sigma$). Considerando que os países diferem substancialmente entre si no que refere às diversas medidas possíveis do estoque de capital humano ( como, por exemplo, o nível médio de escolariedade da população ); segue-se que a equação (56) é compatível com a existência de diferentes taxas de crescimento da renda per-capita entre os diversos países do mundo (Cf. Romer, 1990, p.s96).

O ponto fraco do modelo de Romer consiste no fato de que ele não é compatível com a existência de uma taxa de crescimento positiva para o estoque de capital humano, ou seja, a consistência interna do modelo exige que o estoque de capital humano seja constante ao longo do tempo. Como é demonstrado por Sala-i-Martin (1990a, p.5), no caso em que os retornos de escala são crescentes, só podemos definir a exist ência de um ***estado-estacionário*** para a economia em consideração se a taxa de crescimento da população for igual a zero. A consideração da tecnologia como um bem não-rival faz com que os retornos de escala sejam claramente crescentes quando consideramos todos os insumos utilizados na produção de bens finais . Sendo assim, a taxa de crescimento da população deve ser igual a zero para que se possa determinar o *estado-estacionário* da economia em questão com base na equação (56). Como não é possível que o capital humano cresça sistematicamente à uma taxa mais rápida do que a população (cf. Romer, 1990, p.S80), segue-se que a taxa de crescimento do estoque de capital humano deve ser também igual a zero.

Se o estoque de capital humano é fixo para sempre; então a taxa de crescimento da renda per-capita não deverá nunca mudar. Nesse caso, os países que iniciaram suas trajetórias de crescimento apresentando baixas taxas de crescimento nos seus níveis de renda per-capita deverão permanecer sempre nessa situação; ao passo que os países que apresentaram altas taxas de crecimento nos seus níveis de renda per-capita deverão continuar indefinidamente nessa posição. Em outras palavras, o modelo de Romer não é capaz de explicar porque alguns países tem conseguido realizar o processo de ***catching-up*** com relação aos países que possuem níveis de renda per-capita mais elevados.

## Referências Bibliográficas

Aghion, P & Howitt, P (1992). **A Model of Growth Through Creative Destruction**. *Econometrica* , 60 (2).

Arrow, K. (1962). **The Economic Implications of Learning By Doing** . *Review of Economic Studies*, Junho.

Barnett, W. (1991). **Equilibrium Theory and Applications : Proceedings of the 6th international symposium in economic theory and econometrics**. Cambridge University Press, Cambridge ( Reino Unido ).

Barro, R. (1990). **Government Spending in a Simple Model of Endogenous Growth** . *Journal of Political Economy* , 98(5).

Dosi, G & Fabiani, S (1994). **Convergence and Divergence in the Long-Term Growth of Open-Economies** in G. Silverberg & L. Soete (eds. ), 1994.

Fagerberg, J. (1987). **A Technology Gap Approach to Why Growth Rates Differ**. *Research Policy*, 16(2)

----------------- (1988) . **Why Growth Rates Differ** , in G. Dosi et al. (eds.) (1988).

----------------- (1994). **Technology and International Differences in Growth Rates** . *Journal of Economic Literature* , Vol. XXXII, n° 3

Farmer, R. A (1993). **The Macroeconomics of Self-Fulfilling Prophecies** . MIT Press : Cambridge ( Mass.)

Ellery, R & Ferreira, P.C (1996). **Crescimento Econômico, Retornos Crescentes e Concorrência Monopolista** . *Revista de Economia Política*

Grossman, G & Helpman, E (1989). **Product Development and International Trade** . *Journal of Political Economy* , 97(6).

Harrod, R (1939). **An Essay in Dynamic Theory** . *The Economic Journal* , Março.

Lucas, R. (1988). **On The Mechanics of Economic Development** . *Journal of Monetary Economics* , 22.

Maddison, A . (1991). **Historia del Desarrollo Capitalista** . Ariel : Barcelona.

Mankiw, N. G. (1995). **The Growth of Nations** . *Brookings Papers on Economic Activity*

Mankiw, N.G et al. (1992). **A Contribution to the Empirics of Economic Growth** . *Quarterly Journal of Economics*, 107, Maio.

Obstfeld, M & Rogoff, K (1996). **Foundations of International Macroeconomics** . MIT Press : Cambridge (Mass.)

Rebelo, S. (1991). **Long Run Policy Analysis and Long Run Growth** . *Journal of Political Economy,* 99 (5)

Romer, P. (1986). **Increasing Returns and Long Run Growth** . *Journal of Political Economy*, 94(5).

------------ (1990). **Endogenous Technological Change .** *Journal of Political Economy* , 98(5).

------------- (1991). **Increasing Returns and New Developments in the Theory of Growth** , in W. Barnett (ed. ) (1991).

Romer, D. (1996). **Advanced Macroeconomics** . McGraw-Hill : Nova Iorque.

Sala-i-Martin, X (1990a). **Lecture Notes on Economic Growth (I) : introduction to the literature and neoclassical models**. NBER Working Paper N° 3563, Cambridge ( Mass.)

------------------- (1990b) . **Lecture Notes on Economic Growth (II) : five prototype models of endogenous growth** . NBER Working Paper N° 3564, Cambridge (Mass.)

Sargent, T. (1987). **Macroeconomic Theory** . Academic Press : San Diego.

Silverberg, G & Soete, L. (1994). **The Economics of Growth and Technical Change**. Edward Elgar : Aldershot.

Solow, R. (1956). **A Contribution To The Theory of Economic Growth** . *The Quarterly Journal of Economics* , LXX, Fevereiro.

----------- (1957). **Technical Change and the Aggregate Production Function** . *The Review of Economics and Statistics* , Vol. 39, Agosto.

----------- (1994). **Perspectives on Growth Theory** . *The Journal of Economic Perspectives*, 8(1).

## Apêndice

**Tabela I : Evolução dos Níveis de Renda Per-Capita dos Países Desenvolvidos e dos Países do Terceiro Mundo (1750-1977)**

| Ano | PIB total dos países ricos (US$ Bilhões de 1960) | PIB per-capita países ricos | PIB total dos países pobres (US$ Bilhões de 1960) | PIB per-capita países pobres | *Gap* de renda per-capita |
|---|---|---|---|---|---|
| 1750-1 | 35 | 182 | 112 | 188 | 1,0 |
| 1800-1 | 47 | 198 | 137 | 188 | 1,1 |
| 1830-1 | 67 | 237 | 150 | 183 | 1,3 |
| 1860-1 | 118 | 324 | 159 | 174 | 1,9 |
| 1913-1 | 430 | 662 | 217 | 192 | 3,4 |
| 1950-1 | 889 | 1054 | 335 | 203 | 5,2 |
| 1960-1 | 1394 | 1453 | 514 | 250 | 5,8 |
| 1970-1 | 2386 | 2229 | 800 | 380 | 7,2 |
| 1977-1 | 2108 | 2737 | 1082 | 355 | 7,7 |